

Leçon 236 : Illustrer par des exemples quelques méthodes de calcul d'intégrales de fonctions d'une ou plusieurs variables.

Développements :

Calcul de fonctions caractéristiques, Intégrale de Fresnel

Bibliographie :

Gourdon Analyse et algèbre, Methodix analyse, Demailly, Gallouet, Amar Matheron

Plan

1 Premières méthodes de calculs

1.1 Primitives

1.1.1 Primitives usuelles

Proposition 1 (Gou ana p. 133 et 123). *formule intégrale et primitive*

Exemple 2 (Gou ana p. 133).

tableau des primitives

1.1.2 Fractions rationnelles

Proposition 3 (Gou alg p. 71). *Décomposition en éléments simples*

Méthodes : Methodix p. 258

Exemple 4 (Gou ana p. 138).

1.2 Intégrations par parties

Théorème 5 (Gou ana p. 123). *Intégration par parties*

Exemple 6 (Gou ana p. 159). Gamma sur les entiers

Exemple 7 (Meth p. 272). ex1

1.2.1 Amène à une formule de récurrence

Exemple 8 (Gou ana p. 126 ou Meth p.264). Intégrale de Wallis

1.3 Fubini

Théorème 9 (Gou ana p. 333 ou Gall p. 417-420). *Fubini Tonelli et Fubini*

Exemple 10 (Gou ana p.339).

1.4 Changements de variables

1.4.1 En dimension 1

Théorème 11 (Gou ana p. 123). *Formule de changement de variables*

Méthodes : Methodix p. 260

Exemple 12 (Meth p.262 et 266).

Proposition 13 (Gou ana p. 135). *Changements de variables pour des polynômes en cos et sin*

Exemple 14 (??).

Remarque 15 (Gou ana p. 135). Si m et n sont pairs alors on linéarise

Proposition 16 (Gou ana p. 135). *Changements de variables pour des fractions rationnelles en cos et sin*

Exemple 17 (Gou ana p. 135+ 139).

1.4.2 En dimension supérieure

Théorème 18 (Gou ana p. 335). *Changements de variables*

Application 19 (Gou ana p. 335). Coordonnées polaires et sphériques

Exemple 20 (Gou ana p. 335). Intégrale de Gauss

Exemple 21 (Gall p. 458??). Volume de la boule unité

2 Interversion et intégrales à paramètres

2.1 Interversion

Théorème 22 (Meth p. 136). *Thm de cv monotone*

Exemple 23 (Meth p.145). ex 10

Théorème 24 (Gall p. 179). *TCVD*

Exemple 25 (Meth p.145). ex 9

Théorème 26 (Gall p. 181). *Interversion série et intégrales*

Exemple 27 (Meth p.265).

2.2 Intégrales à paramètres

Théorème 28 (Gallouet p. 183). *Thm de continuité sous le signe intégral*

Théorème 29 (Gallouet p. 183). *Théorème de dérivation sous le signe intégral*

Exemple 30. intégrale de Fresnel

Exemple 31 (Gou ana p. 164). Autre calcul de l'intégrale de Gauss

3 Avec l'analyse complexe

Amar Matheron +dvlpt

3.1 Principe des zéros isolés

3.2 Théorème des résidus

4 Calcul approché d'intégrales

4.1 Sommes de Riemann

Définition 32 (Gou ana p. 124). Somme de Riemann

Théorème 33 (Gou ana p. 124). *Somme de Riemann*

Corollaire 34 (Gou ana p. 124). *Version limite*

Exemple 35 (Gou ana p. 124).

Demailly cf 218 : méthode des rectangles

4.2 Méthode de Monte-Carlo

[Nourdin]